

Kippstabilität nach DIN 1045-1

Prof. Dr.-Ing. Walter Pauli, Hochschule Darmstadt, Fachbereich Bauingenieurwesen

Dr.-Ing. Jürgen Bellmann, SOFiSTiK AG, Oberschleißheim

Zusammenfassung:

Mit der DIN 1045-1 ist eine Norm zur Bemessung von Stahlbeton- und Spannbeton-Bauteilen eingeführt, die grundlegende Regelungen für nichtlineare Berechnungen beinhaltet. In diesem Beitrag wird die Umsetzung hinsichtlich der Sicherheit schlanker Träger gegen seitliches Ausweichen untersucht, mit Referenzlösungen und Versuchsergebnissen verglichen und an einigen überschaubaren Beispielen erläutert. Da der Aufwand bei wirklichkeitsnahen nichtlinearen Berechnungen ohne den Einsatz geeigneter Software quasi nicht zu bewältigen ist, sind die erarbeiteten Lösungsvorschläge für die SOFiSTiK Module ASE und AQB aufbereitet.

Summary:

With the DIN 1045-1, a norm is introduced to the design of reinforced and prestressed concrete constructions, that includes basic regulations for nonlinear calculations. In this article the realisation is examined regarding the security of slim beams against lateral buckling. The result is compared with reference-solutions and test results and is explained at some clear examples. Because the complexity is not to be managed with realistic nonlinear calculations without the use of suitable software, the acquired solution-suggestions are prepared for the SOFiSTiK modules ASE and AQB.

1 EINLEITUNG

Die aktuelle Version 23 von ASE in Kombination mit AQB erlaubt es, nichtlineare Berechnungen an Stabtragwerken durchzuführen und spezielle Stabilitätsprobleme wie das Kippen oder Biegedrillknicken zu berücksichtigen. Dazu ist in ASE ein Stabelement implementiert, das die geometrischen Effekte (Theorie II. bzw. Theorie III. Ordnung) berücksichtigt. Über dieses Stabelement wurde bereits ausführlich in [4] berichtet. Mit dem Modul AQB lassen sich die physikalischen Nichtlinearitäten der Materialien und deren Einfluss auf die Steifigkeiten erfassen. Der Rechenablauf erfolgt innerhalb einer Iteration, die von ASE über den Satznamen **DEHN** (vgl. Abbildung 1) eingeleitet wird. Bei Bedarf kann zusätzlich mittels **BEME** eine Bemessung aktiviert werden.

```

+PROG ase
KOPF Nichtlineare Berechnung
SYST PROB TH3 ITER 200
LF 101 BEZ 'Nichtlineare Berechnung'
...
BEME BRUC $ Aktivierung der Bemessung
DEHN S1 $ Aktivierung der nichtlinearen Steifigkeiten
ENDE

```

Abbildung 1: CADINP-Eingabe für eine nichtlineare Berechnung mit ASE/AQB

Unmittelbare Anwendungen solcher Berechnungen sind in der Modellierung von druck- kipp- oder biegedrillknickbeanspruchten Stahl- und Stahlbetonelementen bzw. Rahmensystemen zu sehen. In diesem Beitrag soll speziell auf die Modellierung von schlanken und somit kippgefährdeten Stahlbeton- bzw. Spannbetonträgern eingegangen werden.

Zur Schnittgrößenermittlung und Bemessung von Stahlbetondruckgliedern liegen inzwischen umfangreiche Erfahrungen vor. Sowohl hinsichtlich der anzusetzenden Materialgesetze als auch hinsichtlich der Berücksichtigung der Effekte nach Theorie II. Ordnung. Die physikalischen wie auch geometrischen Nichtlinearitäten können weitgehend als geklärt gelten. Solche Berechnungen sind z.B. auch mit dem Programm STAR2 möglich. Dagegen werden beim Kipp- bzw. Biegedrillnick-Problem weiterführende Ansprüche hinsichtlich der Erfassung der geometrischen Effekte gestellt (vgl. [4]). Die Berücksichtigung einer wirklichkeitsnahen Torsionssteifigkeit für einen gerissenen Stahlbetonquerschnitt ist ein zusätzliches Problem, das zur Zeit weder theoretisch hinreichend gelöst noch in der DIN 1045-1 verbindlich geregelt ist.

2 THEORETISCHES STABILITÄTSVERSAGEN

Nachfolgend soll an einem Standardbeispiel aus der Literatur [5] die Qualität der theoretischen Lösung überprüft werden. Untersucht wird ein doppelsymmetrischer Querschnitt, HEB 800 mit unbegrenzt linear elastischem Werkstoffverhalten. Als System ist ein über 15.00 m gespannter, beidseits gabelgelagerter Stahlträger, der durch eine Gleichlast belastet ist gewählt. Für drei unterschiedliche Lastangriffspunkte (vgl. Abbildung 2) soll jeweils die ideale Kipplast ermittelt werden.

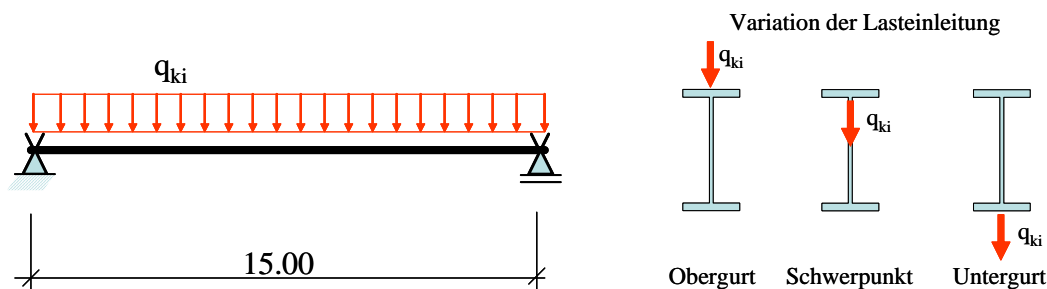


Abbildung 2: System und Belastung

```

+PROG sofi load
KOPF Belastung
LF 1 BEZ 'Lastangriff Obergurt' ; STAB 1 10 1 TYP PZZ 10 EZA -0.40
LF 2 BEZ 'Lastangriff Schwerpunkt' ; STAB 1 10 1 TYP PZZ 10
LF 3 BEZ 'Lastangriff Untergurt' ; STAB 1 10 1 TYP PZZ 10 EZA 0.40
ENDE

+PROG ase
KOPF Traglastermittlung
STEU WARP 1
SYST PROB th3 ITER 50
TRAG 20 1 10 1 PRIM nein
LF 21; LC 1
ENDE

+PROG ase
KOPF Kipplagenwerte
STEU WARP 1
SYST PLF 1
EIGE 5 LF 11
ENDE

```

Abbildung 3: CADINP-Eingabe für eine Eigenwerte- bzw. Traglast-Ermittlung

Zur Ermittlung der ideellen Kipplasten mit ASE stehen prinzipiell zwei Lösungsmöglichkeiten zur Verfügung. Zum einen kann eine Eigenwertermittlung durchgeführt werden und zum zweiten kann man ausgehend von einer Belastung, die unterhalb der kritischen Stabilitätslast liegt, eine Traglastermittlung vornehmen. ASE liefert mit beiden Verfahren identische Ergebnisse. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgeführt und den theoretischen Ergebnissen von Petersen [5] gegenübergestellt. Wichtig für dieses Beispiel ist, dass mittels `STEU WARP 1` die Wölbkrafttorsion aktiviert ist. Ansonsten wird bei der Torsion ausschließlich die St. Venants'sche Torsionssteifigkeit berücksichtigt und die errechneten Traglasten bleiben unter den in Tabelle 1 angegebenen Referenzwerten.

Lastangriff	nach Petersen [5]	Eigenwertermittlung mit ASE	Traglastermittlung mit ASE
Obergurt	39.50	38.2	38.2
Schwerpunkt	48.61	47.2	47.2
Untergurt	57.73	58.3	58.3

Tabelle 1: Theoretische Kipplasten q_{ki} [kN/m]

Eine dritte Möglichkeit besteht darin, das Problem als Spannungsproblem nach Theorie II./III. Ordnung zu behandeln. Dazu ist es erforderlich, zusätzlich zur aufbrachten Belastung eine horizontale Störung z.B. in Form einer Vorverformung vorzugeben. Die Versagenslast ergibt sich nach einer Traglaststeigerung und ist am besten anhand der Lastverformungskurve zu erkennen, die sich asymptotisch der theoretischen Grenzlast annähert. Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung sind in Abbildung 4 dargestellt.

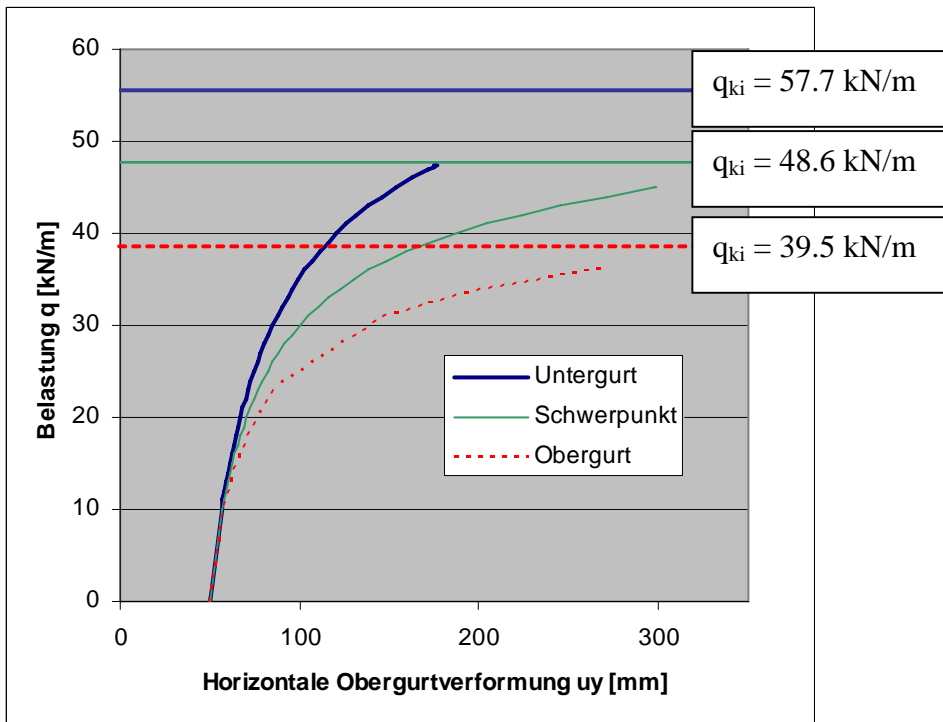


Abbildung 4: Lastverformungs-Kurven

Die dritte Lösungsmöglichkeit stellt die Grundlage für die weiteren Untersuchungen an kippgefährdeten Trägern aus Stahlbeton dar. Bei einem inhomogenen Baustoff wie Stahlbeton sind die theoretischen Versagenslasten von untergeordneter Bedeutung, da dem nichtlinearen Materialverhalten und dessen Verformungsfähigkeit Rechnung getragen werden muss. Zutreffende Traglastanalysen lassen sich realistisch nur durch nichtlineare Berechnungen am verformten System erzielen. Dabei ist jedoch Voraussetzung, dass eine Methode zur Verfügung steht, die den Einfluss geometrischer Effekte höherer Ordnung zutreffend erfasst. Die in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, dass das Programm ASE diesen Anforderungen prinzipiell gerecht wird und es ist die Basis für den nächsten Schritt, eine nichtlineare Berechnung, geschaffen.

3 VERSUCHSNACHRECHNUNGEN

Ebenso wie die Berücksichtigung der geometrischen Effekte ist eine korrekte Erfassung der physikalischen Effekte notwendig. In der DIN 1045-1 sind erstmals Grundlagen definiert, die es erlauben, nichtlineare Berechnungen auf der Basis der Mittelwerte der Baustoffkennwerte durchzuführen. Dennoch verbleiben hinsichtlich der anzusetzenden Steifigkeiten und insbesondere hinsichtlich der Torsionssteifigkeiten bei der Untersuchung kippgefährdeter Träger offene Fragen. Mit dem Ziel eine wirtschaftliche aber auch hinreichend sichere Berechnung durchzuführen, werden in diesem Kapitel Überlegungen angestellt, die nichtlinearen Berechnungsgrundlagen abzusichern.

3.1 Steifigkeiten im Zustand II

Entscheidend für eine wirklichkeitsnahe Versuchsnachrechnung ist die realistische Berücksichtigung der Steifigkeiten. Für ein allgemeines Stabelement auf der Grundlage der Elastizitätstheorie kommen hierfür in Frage:

- Dehnsteifigkeit EA
- Biegesteifigkeiten EI_y und EI_z
- Torsionssteifigkeit GI_t
- Schubsteifigkeiten GA_y und GA_z
- Wölbsteifigkeit EC_m

Alle aufgeführten Steifigkeiten resultieren zum einen aus einer Querschnittskontur und zum anderen aus einer Materialbeschreibung. Für die lineare Elastizitätstheorie reicht der E-Modul bzw. der Schubmodul zur Materialbeschreibung aus. Bei einer nichtlinearen Berechnung ist das Materialverhalten in der Regel abhängig von dem Grad der Beanspruchung.

Speziell zur Beurteilung des Kippproblems eines Stahlbeton- bzw. Spannbetonträgers sind die Biegesteifigkeiten und die Torsionssteifigkeit von ausschlaggebender Relevanz. Die Dehnsteifigkeit spielt bei einem statisch bestimmt gelagerten Träger, der in der Regel normalkraftfrei ist, keine Rolle. Ebenso können die Verformungseinflüsse infolge der Schubsteifigkeiten bei üblichen Querschnittsabmessungen, wie sie z.B. im Fertigteilbau vorkommen, vernachlässigt werden. Die Wölbsteifigkeit ist prinzipiell beim Kippen oder Biegedrillknicken eine nicht zu vernachlässigende Größe. Zumindest gilt diese Aussage für alle dünnwandigen Querschnitte, wie sie insbesondere im Stahlbau üblich sind. Im Massivbau kommen meist dickwandige Querschnitte zum Einsatz und die Verwölbung ist wiederum von untergeordneter Bedeutung.

Die Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von dem Grad der Beanspruchung und auf der Basis von nichtlinearen Materialgesetzen lässt sich mit den heutigen Mitteln der EDV quasi beliebig genau ermitteln. Durchgängige Theorien und entsprechende Lösungsverfahren sind bekannt (vgl. [6]). Die Ermittlung einer beanspruchungsabhängigen Torsionssteifigkeit im Zusammenspiel mit einem nichtlinearen Materialverhalten ist dagegen nur ansatzweise theoretisch gelöst. Bei Stahlbetonquerschnitten behilft man sich oft mit den folgenden Überlegungen:

- Ansatz der Torsionssteifigkeit im Zustand I
- Reduktion der Torsionssteifigkeit auf den überdrückten Querschnitt
- Abschätzen der Torsionssteifigkeit eines Ersatzhohlkastens

- Abminderung der Torsionssteifigkeit im Verhältnis zur Biegesteifigkeit [7]

Die zuletzt genannte Methode ist als Algorithmus in AQB implementiert. In [6] wird ein modifizierter Ansatz empfohlen, der sich an der Druckzone orientiert, die Torsionssteifigkeit im Zustand II konservativer abschätzt und anhand von Versuchen überprüft wurde.

3.2 Ansatz der Torsionssteifigkeit

In [6] wurden hinsichtlich der Kippstabilität Versuche an praxisgerechten Fertigteilträgern durchgeführt. Es liegen umfangreiche Messergebnisse bezüglich des Last-Verformungs-Verhaltens vor. Um die von ASE/AQB berechnete Torsionssteifigkeit zu eichen, wird der folgende Weg beschritten. Einer der Versuchsträger wird unter einer mittleren Laststufe rechnerisch belastet (vgl. Abbildung 5). In der Symmetrieachse wird ein Torsionsmoment eingeleitet und innerhalb mehrerer Laststufen kontinuierlich gesteigert. Ausgewertet wird in Abhängigkeit von der Laststufe die horizontale Verformung am Obergurt in Feldmitte. Das Ergebnis der ASE/AQB-Berechnung wird anhand einer Vergleichsrechnung nach [6] geeicht.

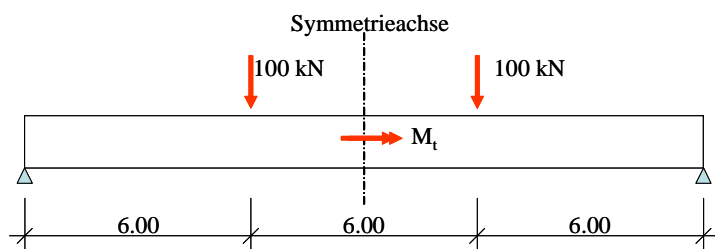


Abbildung 5: System zur Abschätzung der Torsionssteifigkeit

Eine erste Berechnung mittels ASE/AQB (vgl. Abbildung 6, ASE mit $1.0 GI_t$) zeigt ein deutlich zu steifes Systemverhalten. Innerhalb dieser Berechnung reduziert AQB die nichtlineare Torsionssteifigkeit im Zustand II auf ca. 70 % der linearen Torsionssteifigkeit des gesamten Querschnittes. In einer zweiten Berechnung wird die Torsionssteifigkeit zusätzlich über einen Steuerparameter ($STEU GI_T 0.5$) auf 50 % reduziert. Bezogen auf die lineare Torsionssteifigkeit verbleibt somit im Zustand II ca. $GI_{t,II} = 0.35 GI_{t,I}$. In Abbildung 6 sind die jeweiligen Lastverformungskurven aufgetragen und im vorliegenden Beispiel lassen sich mit der zusätzlichen Reduktion der Torsionssteifigkeit hinreichend gute Ergebnisse erzielen.

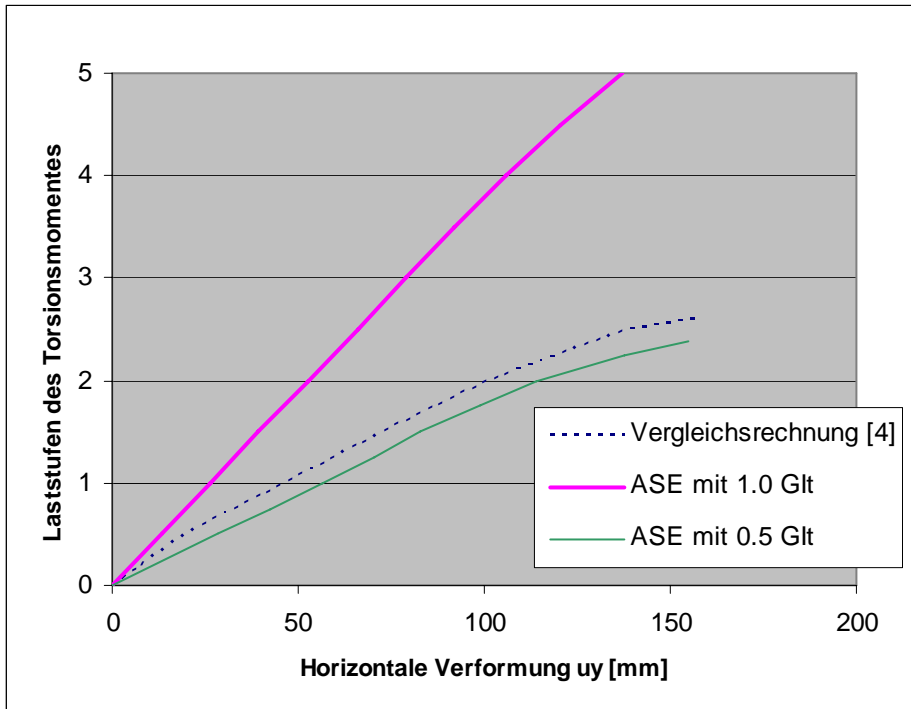


Abbildung 6: Verformungsverhalten infolge Torsion

Sieht man sich für das in Abbildung 5 dargestellte System das Verhalten des gerissenen Querschnittes für die gewählte Laststufe an, ergibt sich die in Abbildung 7 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Situation. Bezieht man jetzt das Torsionsträgheitsmoment der Druckzone auf das Torsionsträgheitsmoment des gesamten Querschnittes, so fällt die Steifigkeit auf ca. 1/3 ab. Rein anschaulich scheint dies eine ingenieurmäßig sinnvolle und vertretbare Abschätzung darzustellen. Für alle weiteren Untersuchungen wird mittels **STEU GIT 0.5** die von AQB ermittelte Torsionssteifigkeit konservativ um die Hälfte herabgesetzt. In Summe verbleibt somit eine Torsionssteifigkeit von ca. 1/3 der Torsionssteifigkeit nach Zustand I.

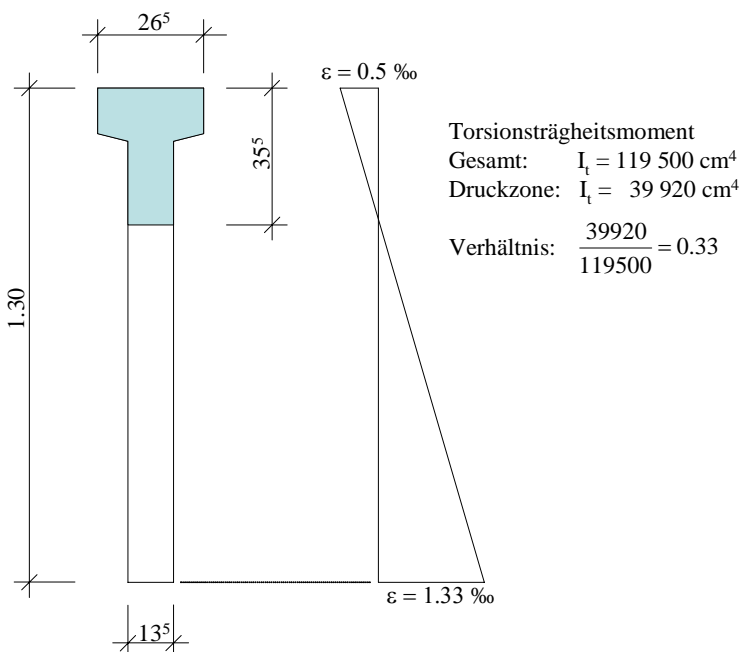


Abbildung 7: Torsionsträgheitsmoment der Druckzone

3.3 Nachrechnung Versuch Nr. 1

Das in Abbildung 5 dargestellte System mit dem in Abbildung 7 dargestellten Querschnitt ist in [6] in einem Versuch bis zum Versagen belastet worden. Das Versagen ist infolge seitlichen Ausweichens des Obergurtes eingetreten (vgl. Abbildung 8).

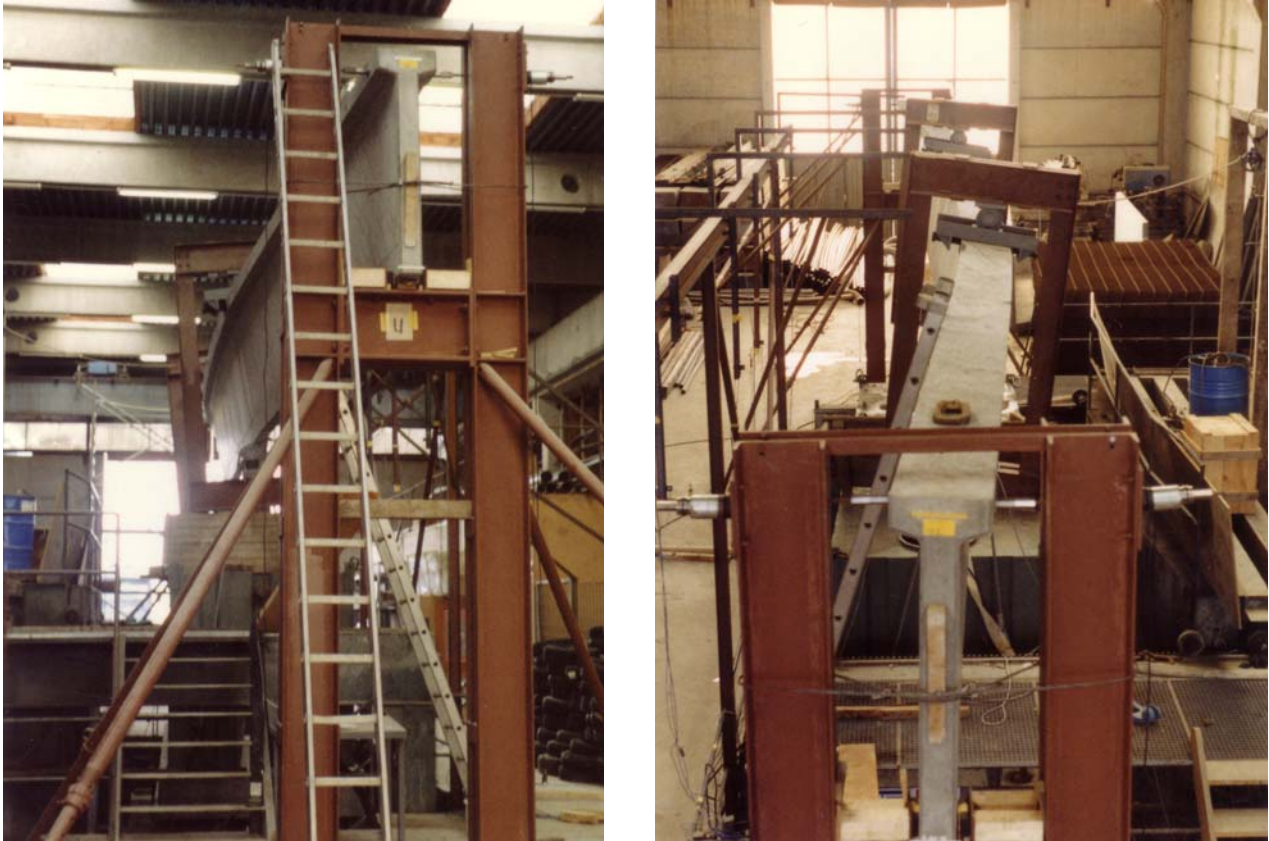


Abbildung 8: Versuchsträger im Versagenszustand

Die Ergebnisse liegen in Form von Last-Verformungs-Messungen vor. In Abbildung 9 sind die Versuchsergebnisse mit einer Nachrechnung aus [6] und einer Berechnung mit ASE dargestellt. Beim Vergleich der vertikalen Verformung lässt sich erkennen, dass die gemessene Kurve und die Nachrechnungen in etwa parallel verlaufen. Das heißt, die mittels der nichtlinearen Berechnung ermittelten Steifigkeiten sind hinreichend gut erfasst. Anhand der horizontalen Verformungskurve lässt sich die Versagenslast sehr gut erkennen.

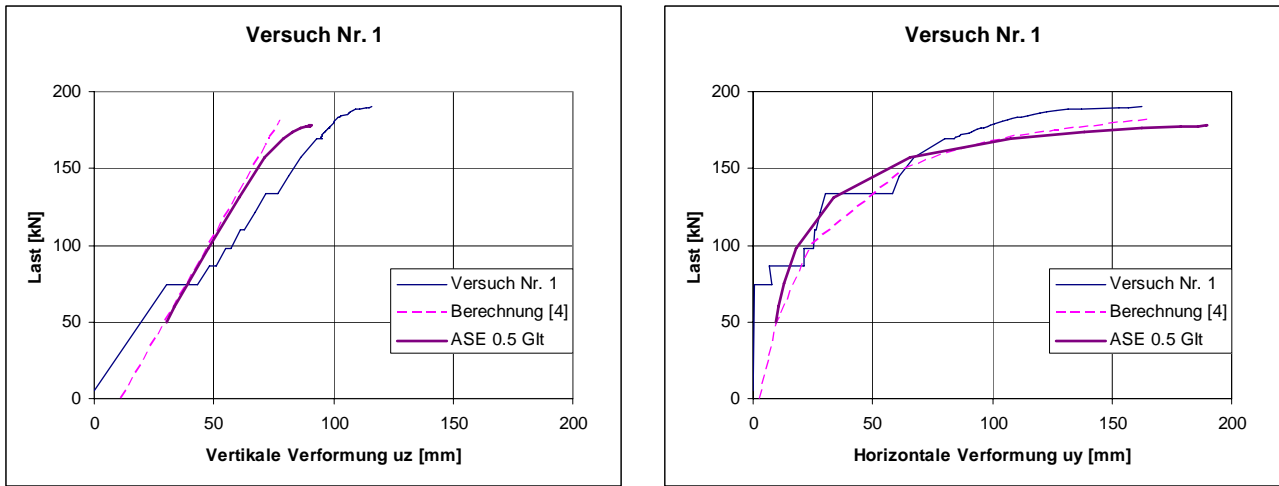


Abbildung 9: Traglastkurven Versuch Nr. 1

Der Verlauf der Torsionssteifigkeit ist in Abbildung 10 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die von AQB errechnete Torsionssteifigkeit im Zustand II lediglich zu 50 % wirksam angesetzt wurde. Bei der Traglastberechnung wurde beim ersten Stabelement mittels einer Steuerungsanweisung die nichtlineare Querschnittsanalyse abgeschaltet. Das Problem war, dass die Biegemomente am Auflager gleich null sind und der im AQB implementierte Algorithmus zum Berechnen der reduzierten Torsionssteifigkeiten im Zustand II an dieser Stelle ausgesprochen empfindlich reagierte. Realisieren lässt sich diese Vorgehensweise damit, dass die Stabelemente in unterschiedlichen Gruppen organisiert sein müssen und in ASE gezielt mit dem Satz GRUP und dem Kennwort LINE nur für eine lineare Berechnung aktiviert werden. Der Fehler, dass das erste Stabelement im Zustand I verbleibt, ist sicherlich vernachlässigbar gering.

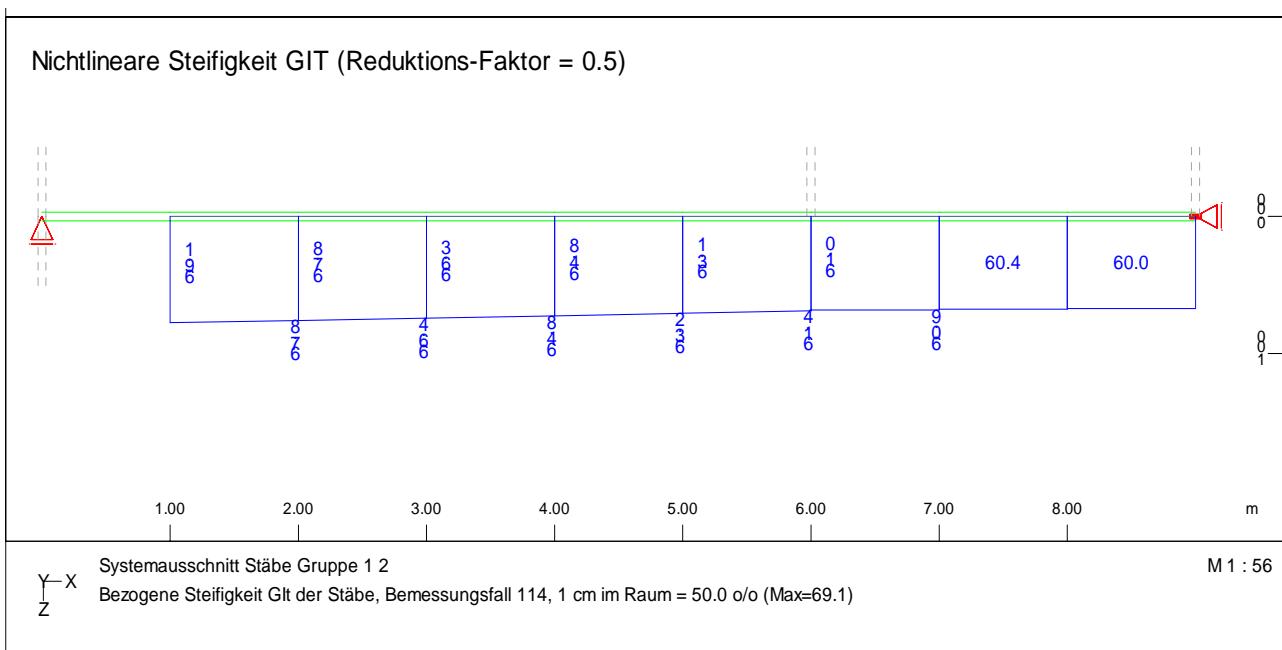


Abbildung 10: Verlauf der Torsionssteifigkeit im Zustand II

In Abbildung 11 sind für zwei unterschiedliche Laststufen die Betonspannungen und die Lage der Spannungsnulllinie dargestellt. Zum einen ist der Effekt der zweiachsigen Biegung sehr gut zu erkennen und zum anderen lässt sich anhand der verbleibenden Druckzone nochmals überschläglich abschätzen, dass die Reduzierung der Torsionssteifigkeit ingenieurmäßig sinnvoll war.

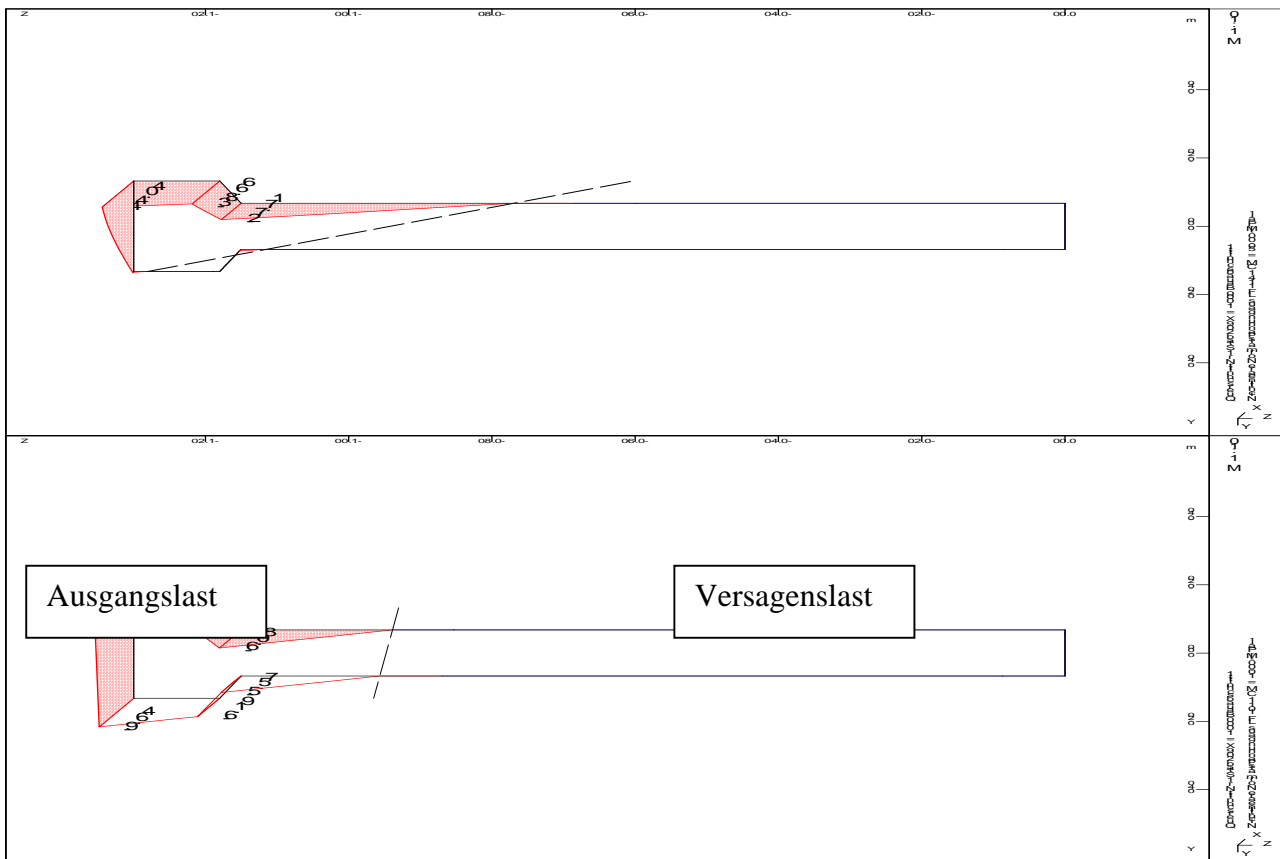


Abbildung 11: Aufreißen des Querschnitts

4 PRAXISBEISPIELE

Im Folgenden werden zwei Beispiele hinsichtlich ihrer Kippstabilität untersucht, die der Deutsche Beton- und Bautechnik-Verein in seiner Sammlung Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1 [8] behandelt. Dort sind auch alle weiteren Nachweise geführt und eine ausführliche Bewehrungsskizze wiedergegeben. Die Kippnachweise sind in [8] nach einem vereinfachten Verfahren nach [9] geführt.

4.1 Grundlagen der nichtlinearen Berechnung

Die einer nichtlinearen Berechnung zugrunde zu legenden Materialkennlinien sind in der DIN 1045-1 grundsätzlich in Kapitel 8.5 geregelt. Darüber hinaus gibt es einen speziellen Hinweis bezüglich eines genaueren Nachweises der Kippstabilität, den man in Kapitel 8.6.8 (6) mit Hinweis auf Kapitel 8.6.1 (7) findet (vgl. Abbildung 12). Dieser Vorschlag wird in [2] ebenfalls für einen genaueren Nachweis der Kippstabilität favorisiert.

8.6 Stabförmige Bauteile und Wände unter Längsdruck (Theorie II. Ordnung)

8.6.1 Allgemeines

...

(7) Abweichend von Absatz (6) dürfen die Formänderungen auf der Grundlage von Bemessungswerten, die auf den Mittelwerten der Baustoffkennwerte beruhen (z. B. f_{cm}/γ_c , E_{cm}/γ_c), ermittelt werden. Für die Ermittlung der Grenztragfähigkeit im kritischen Querschnitt sind dann jedoch die Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten (z. B. $\alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c$) anzusetzen.

Abbildung 12: Hinweis zum Kippnachweis, Ausschnitt DIN 1045-1

Dies bedeutet z. B: für einen Beton C 30/37, dass die in Abbildung 13 dargestellt Spannungs-Dehnungs-Linien, die mit sig-m (grüne Linie) gekennzeichnet ist der Verformungsberechnung und die mit sig-u (rote Linie) der Bemessung zugrunde gelegt werden. In beiden Fällen ist die Sicherheit auf der Materialseite mit $\gamma_c = 1.5$ zu berücksichtigen. Die Mittelwerte der Baustoffkennwerte für den Stahl müssen entsprechend dem Passus aus Abbildung 12 durch $\gamma_s = 1.15$ dividiert werden. Inwieweit diese Regel auch zur Reduktion des E-Moduls anzuwenden ist, ist diskutierfähig. Folgt man dem Hinweis gemäß DIN 1045-1, Kapitel 9.2.3 (dort wird im Hinblick auf eine nichtlineare Schnittgrößenermittlung auf Bild 26 verwiesen, in dem der E-Modul eindeutig konstant dargestellt ist) so ist es ausreichend die Festigkeiten beim Stahl zu reduzieren während der E-Modul konstant bleibt. Diese Auffassung wird bislang nicht von den Voreinstellungen in AQUA/AQB unterstützt. Belässt man es bei der Steuerung der nichtlinearen Verformungsberechnung bei den Voreinstellungen, so wird auch der E-Modul vom Stahl durch seine Materialsicherheit dividiert ($E_s = 200000/1.15 = 173913 \text{ MN/m}^2$). Um diesen Effekt zu vermeiden, wird bei den nachfolgenden Untersuchungen mit einer CADINP-Eingabe gemäß Abbildung 14 gearbeitet. Entscheidend sind die Angaben in der DEHN-Zeile. Hierbei entspricht „KSV sl d“ der Voreinstellung und könnte auch entfallen. Mit „KSV sl“ wird jedoch bewusst die Materialsicherheit beim Stahl auf $\gamma_s = 1.0$ geändert. Ein fauler Kompromiss, aber wenn man sich den Ergebnissausdruck (vgl. Abbildung 15) ansieht, eine ingenieurmäßig vertretbare Maßnahme die aufgrund der geringen Streuungen des E-Moduls des Betonstahls auch in [3] vertreten wird.

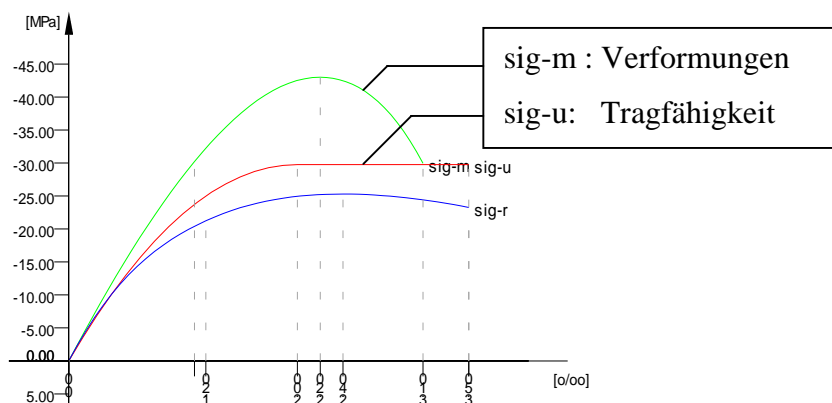


Abbildung 13: Spannungs-Dehnungs-Linien Beton C 30/37

+PROG ase

KOPF Nichtlineare Berechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

SYST PROB TH3 ITER 200

STEU WARP 1

STEU GIT 0.5

...

DEHN S1 KSV sl d KSB sl

ENDE

Abbildung 14: CADINP-Datensatz zur Steuerung einer nichtlinearen Berechnung

Maximal erreichbare Betonspannungen in der Bemessung						
Nichtlineare Elemente verwenden die Arbeitslinie für den Bruchzustand.						
Mnr	Material - sicherheit	Anfangs- E-Modul * [N/mm2]	max. - sigma* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]	max. Zug- spannung [N/mm2]	tension- stiffening [N/mm2]
1	1.500	19833	-19.83	-2.00	2.25	3.21
* Im E-Modul und max. sigma ist die Material sicherheit eingerechnet. Für die max. Zugspannung und das tension-stiffening werden keine Material sicherheiten angesetzt!						
Maximal erreichbare Stahlspannungen in der Bemessung						
Nichtlineare Elemente verwenden die Arbeitslinie für den Bruchzustand.						
Mnr	Material - sicherheit	Anfangs- E-Modul * [N/mm2]	Proportional grenze* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]	Zugfestig- keit* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]
2	1.150	200000	434.78	2.17	476.37	50.00
* In den gekennzeichneten Spalten ist die Material sicherheit eingerechnet.						
Maximal erreichbare Betonspannungen in der Steifigkeitsermittlung						
Nichtlineare Elemente verwenden die Arbeitslinie für den Gebrauchszustand.						
Mnr	Material - sicherheit	Anfangs- E-Modul * [N/mm2]	max. - sigma* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]	max. Zug- spannung [N/mm2]	tension- stiffening [N/mm2]
1	1.500	21911	-28.67	-2.20	2.25	3.21
* Im E-Modul und max. sigma ist die Material sicherheit eingerechnet. Für die max. Zugspannung und das tension-stiffening werden keine Material sicherheiten angesetzt!						
Maximal erreichbare Stahlspannungen in der Steifigkeitsermittlung						
Nichtlineare Elemente verwenden die Arbeitslinie für den Gebrauchszustand.						
Mnr	Material - sicherheit	Anfangs- E-Modul * [N/mm2]	Proportional grenze* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]	Zugfestig- keit* [N/mm2]	bei Dehnung [o/oo]
2	1.000	200000	500.00	2.50	550.00	50.00
* In den gekennzeichneten Spalten ist die Material sicherheit eingerechnet.						

Abbildung 15: Ausdruck der angesetzten Festigkeiten C 30/37 und BSt 500SB

4.2 Schlaff bewehrte V-Pfette

In [6] Beispiel 5, Einfeldbalken - Fertigteil wird eine schlaff bewehrte V-Pfette hinsichtlich der Kippstabilität untersucht. Die wichtigsten Abmessungen sind in Abbildung 16 dargestellt.

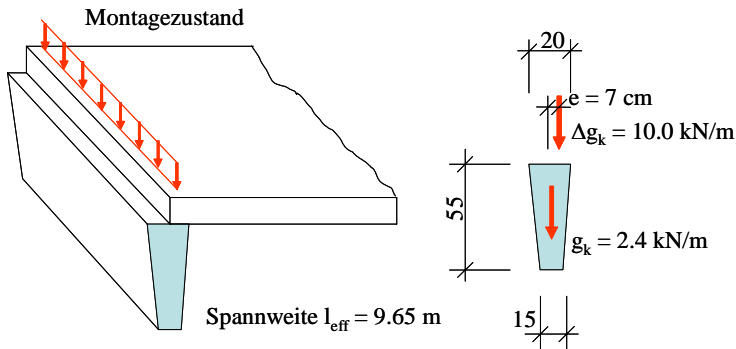


Abbildung 16: System und Belastung, V-Pfette

Im Endzustand wird sicherlich das Ausbilden einer horizontalen Scheibe und eine konstruktive Befestigung am Obergurt das Kippen verhindern. Bis zum Wirksamwerden der Scheibe sind die Bau- und Montagezustände zu beachten und im vorliegenden Fall kommt hinzu, dass der Querschnitt zumindest während einer Montagesituation exzentrisch beansprucht wird. Gemäß DIN 1045-1, 5.3. (4) dürfen Fertigteile für Bauzustände mit einem Teilsicherheitsbeiwert auf der Lastseite von $\gamma_g = 1.15$ nachgewiesen werden. Diese Lastsituation ist auch in [8] bei dem dort vereinfacht geführten Kippnachweis zugrundegelegt.

Da sich der Nachweis gegen seitliches Ausweichen bei schlanken Trägern trotz Software als aufwendig gestaltet, erlaubt die DIN 1045-1 über ein Abgrenzkriterium, das auf Untersuchungen von [9] zurückgeht, gegebenenfalls auf diesen Nachweis zu verzichten. Das Kriterium ist keineswegs als Ersatz für einen Kippnachweise zu sehen. Es bietet lediglich eine Hilfestellung bezüglich der Notwendigkeit eines solchen Nachweise. Die Prüfung, ob auf einen genaueren Kippnachweis verzichtet werden kann, ergibt im vorliegenden Fall:

$$b \geq \sqrt[4]{\left(\frac{l_{0t}}{50}\right)^3 \cdot h} \quad \text{DIN 1045-1, Gleichung 46}$$

$$h = 55 \text{ cm}$$

$$b = 18.5 \text{ cm} \quad \text{gemittelte Druckgurtbreite}$$

$$l_{0t} = 9.65 \text{ m}$$

$$18.5 \geq \sqrt[4]{\left(\frac{965}{50}\right)^3 \cdot 55} = 25 \text{ cm} \quad \text{ein genauerer Nachweis ist erforderlich}$$

Nachzuweisen ist, dass unter Bemessungslasten ein Gleichgewichtszustand am verformten System möglich ist. Dabei sind in geeigneter Weise geometrische Ersatzimperfectionen zu berücksichtigen. Gemäß DIN 1045-1, Kapitel 8.6.8 (6) wird eine seitliche Vorverformung von $e_a = l_{eff} / 300$ angesetzt. Als Bemessungslasten werden folgende Lastkombinationen untersucht:

Kombination 1: $1.15 g + 1.15 \Delta g$

Kombination 2: $1.15 g + 1.15 \Delta g + l_{eff}/300$ (als Vorverformung)

Mit Kombination 1 wird die Regelbemessung durchgeführt. Die Schnittgrößen werden am unverformten System ermittelt. Infolge der exzentrisch eingetragenen Vertikallasten ergibt sich an den Auflagern ein planmäßiges Torsionsmoment von $T_{Ed} = 3.38 \text{ kNm}$. Eine nichtlineare Berechnung der Lastkombination 2 mit Berücksichtigung einer Vorverformung von $e_a = l_{eff}/300 = 9.65/300 = 0.032 \text{ m}$ ergibt eine Vergrößerung des Torsionsmomentes auf $T_{Ed} = 5.43 \text{ kNm}$. Damit ist für den Bauzustand das bemessungsrelevante Torsionsmoment infolge des genaueren Nachweises am verformten System deutlich größer gegenüber einer Berechnung am unverformten System. Für dieses Torsionsmoment ist eine Torsionsbewehrung nachzuweisen bzw. das Gabellager und die anschließenden Bauteile zu bemessen. In [8] wird für die maßgebende Kombination im Endzustand ein Torsionsmoment von $T_{Ed} = 7.38 \text{ kNm}$ der Bemessung zugrund gelegt. Die Kippsicherheit ist somit nachgewiesen, jedoch nicht Bemessungsrelevant.

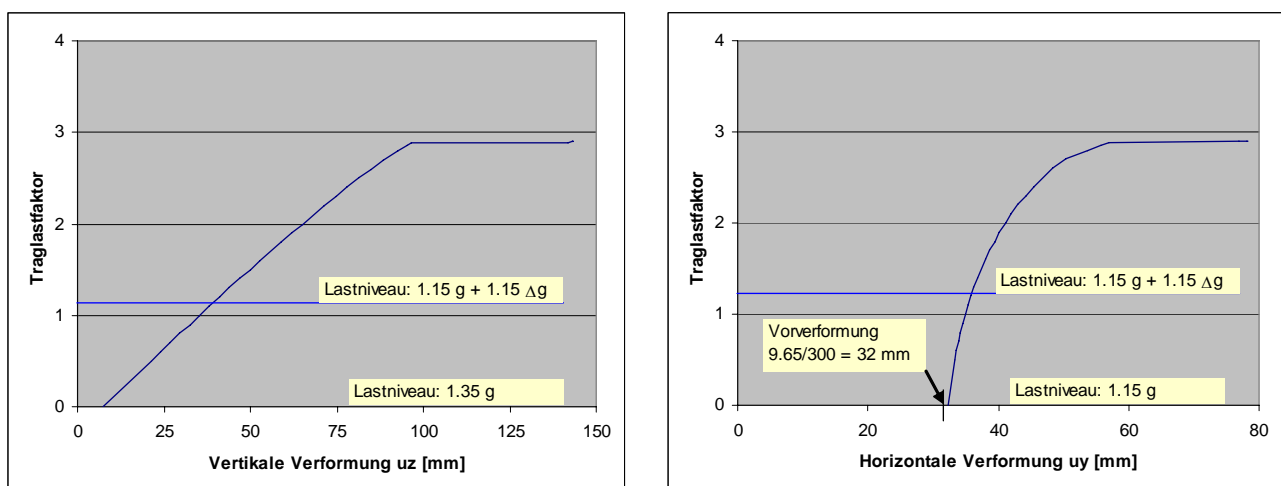


Abbildung 17: Traglastermittlung V-Pfette

Ausgehend von Kombination 2 wurde zusätzlich eine Traglastermittlung durchgeführt. Die daraus resultierende Lastverformungskurve ist in Abbildung 17 dargestellt. Bei der Laststeigerung wurde der Eigengewichtsanteil auf dem Sicherheitsniveau $\gamma_g = 1.15$ konstant gehalten und der Anteil aus dem zusätzlichen Eigengewicht kontinuierlich bis zum Versagen gesteigert. Im Rahmen eines statischen Nachweises ist es sicherlich nicht notwendig eine solche Kurve zu berechnen, man erhält aber einen sehr guten Überblick hinsichtlich des Systemverhaltens und der Traglastausnutzung.

4.3 Vorgespannter Fertigteilträger

Das zweite Beispiel ist ebenfalls [8] entnommen. Im Beispiel 8 ist dort ein vorgespannter Dachbinder untersucht. System und Belastung sind in Abbildung 18 und die wichtigsten Querschnittsabmessungen in Abbildung 19 dargestellt. Die beiden Einzellasten $G_k = 188 \text{ kN}$ resultieren aus abgehängten Bühnen. Die Lasteinleitung erfolgt jedoch auf der sicheren Seite in der Schwerachse des Trägers. Nachgewiesen wird der Endzustand. Es wird gezeigt, dass die Kippsicherheit des Trägers auch ohne aussteifende Maßnahmen gewährleistet ist.

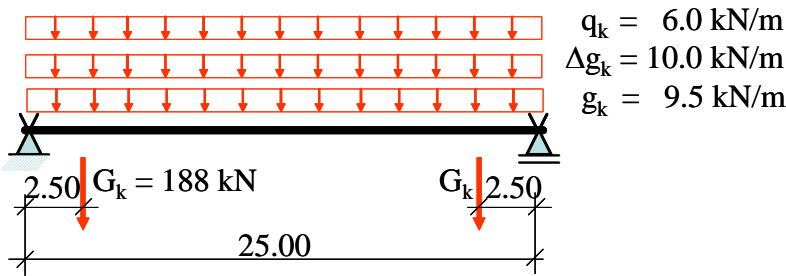


Abbildung 18: System und Belastung Dachbinder

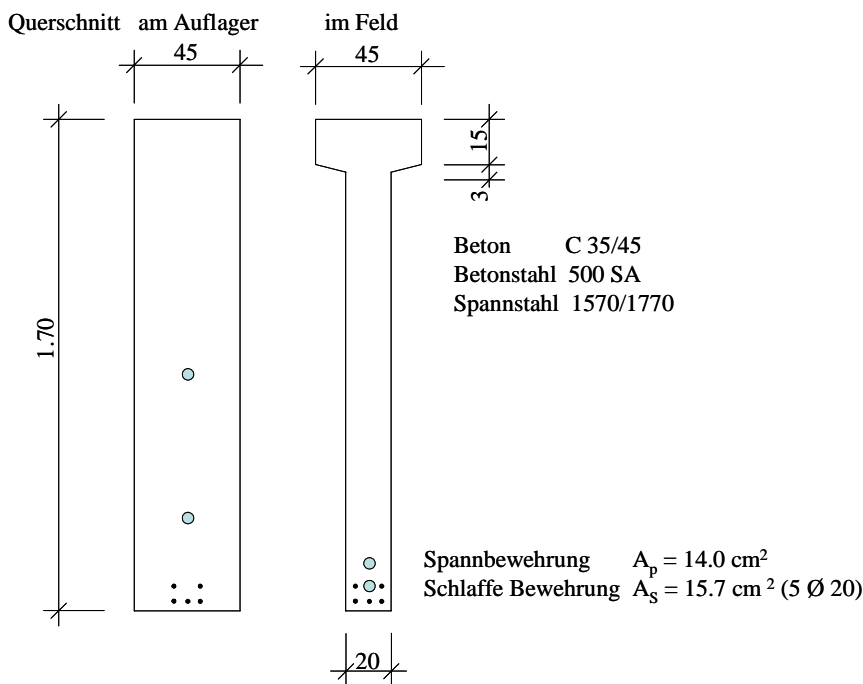


Abbildung 19: Querschnitt Dachbinder

Bei diesem Beispiel stellt sich unter der Lastkombination $1,35 g + 1,5 q + l_{eff}/300$ am Auflager ein Torsionsmoment von $T_{Ed} = 31,3 \text{ kNm}$ ein. Sofern keine genaueren Angaben vorliegen, soll nach DIN 1045-1, Gleichung 47 mindestens ein Torsionsmoment von $T_{Ed} = V_{Ed} l_{eff}/300$ zur Bemessung der Auflager angesetzt werden. Das würde im vorliegenden Fall bedeuten:

$$V_{Ed} = 1.35 \cdot (19.50 \cdot 25 / 2 + 188) + 1.5 \cdot 6 \cdot 25 / 2 = 695.4 \text{ kN}$$

Auflagerkraft

$$T_{Ed} = 695.4 \cdot 25 / 300 = 57.75 \text{ kNm}$$

Mindest Torsionsmoment nach DIN 1045-1

Die genauere Berechnung hat in diesem Fall ergeben, dass am Auflager ein Torsionsmoment von $T_{Ed} = 33.3 \text{ kNm}$ anstelle des Mindest-Torsionsmomentes von 57.95 kNm weiterzuleiten ist. Folgerichtig und konsequent ist jedoch auch, dass für dieses Torsionsmoment eine Torsionsbewehrung nachzuweisen und auszubilden ist. Die mit AQB durchgeführte Bemessung weist eine erforderliche Torsionsbewehrung von $a_{st} = 3.37 \text{ cm}^2/\text{m}$ aus. Im Referenzbeispiel [8] wird diese Bewehrung in etwa durch die gewählte Mindestbewehrung abgedeckt.

In [8] wird mit dem vereinfachten Nachweis ein Torsionsmoment von $T_{Ed} = 72.4 \text{ kNm}$ ermittelt. Dieser Wert resultiert aus der Abschätzung eines möglichen Grenzzustandes der Tragfähigkeit und ist insofern deutlich größer als das Ergebnis der genaueren Berechnung.

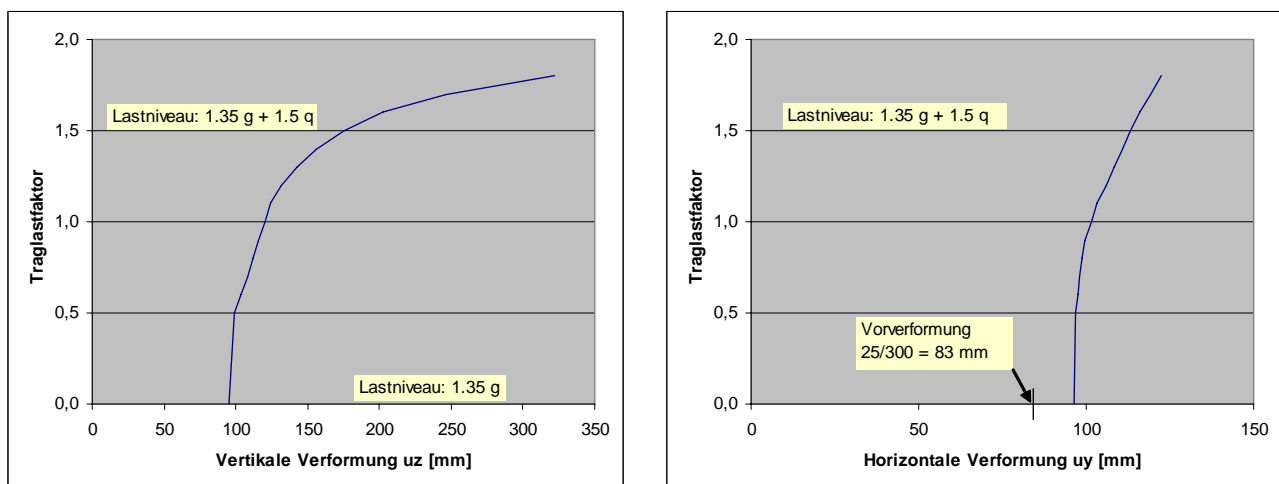


Abbildung 20: Traglastkurven des Dachbinders

Die in Abbildung 20 dargestellte Traglastkurve zeigt für die vertikale Verformung deutlich, dass das System unter der Lastkombination $1.35 g + 1.5 q$ bereits nahezu ausgenutzt ist. Das Fließniveau der vertikalen Verformung ist quasi erreicht. Der Zuwachs der horizontalen Verformungen ist vergleichsweise gering, was für dieses Beispiel bedeutet, dass die Biegetragfähigkeit nicht wesentlich durch das Kippen beeinflusst wird. Dieser Effekt lässt sich auch sehr gut in Abbildung 21 anhand der nur schwach geneigten Spannungsnulllinie erkennen

erzielten Ergebnisse kritisch und hinsichtlich einer normgerechten Auslegung zur DIN 1045-1 überprüfen.

Das Verfahren der Finiten Elemente ist ein Näherungsverfahren und die Qualität der Ergebnisse unterliegt einer gewissen Willkür wenn nicht sogar einem gewissen Zufall. Bei der Diskretisierung von Stabsystemen muss man sich vergegenwärtigen, dass die theoretischen Grundlagen auf zahlreichen Randbedingungen aufgebaut sind. Bereiche, in den Einzellasten eingeleitet werden oder Auflager realisiert sind, gelten als Störbereiche und werden nicht unbedingt hinreichend gut von der Theorie erfasst. Hier muss der Ingenieur gegebenenfalls eigene Wege bestreiten, die lösungsorientiert zum Ziel führen.

Insbesondere bei Traglastberechnungen und kurz vor Erreichen der kritischen Stabilitätslasten stellt sich das Konvergenzverhalten und das Zusammenspiel zwischen ASE und AQB als ein Geduldsspiel heraus. Zum einen ist der Anwender auf wertvolle Tipps und Tricks des Programmautoren angewiesen um ein Ergebnis zu forcieren und zum anderen sind diverse trial-and-error Strategien nicht immer zu vermeiden.

Nichtlineare Berechnungen sind nach wie vor schwierig. Schwierig für diejenigen, die die Grundlagen in einer Norm allumfassend festlegen. Schwierig für diejenigen, die darauf aufbauend eine Software entwickeln. Schwierig für den Anwender der Norm und Software zum Einklang bringen soll. Die Ergebnisse müssen wirtschaftlich und hinreichend sicher sein, eine Forderung die nach wie vor den Sachverstand des Ingenieurs fordert.

6 LITERATUR

- [1] DIN 1045-1, 2001-07, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion
- [2] Erläuterungen zu DIN 1045-1, Heft 525, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth-Verlag
- [3] DIN 1045 Tragwerke aus Beton und Stahlbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Kommentierte Kurzfassung, 2. Überarbeitete Auflage, Herausgeber. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V., Bundesvereinigung der Prüfungenieure für Bautechnik e.V., Verband der Beratenden Ingenieure e.V., Institut für Stahlbewehrung e.V., Fraunhofer IRB Verlag, Beuth

- [4] *Pauli, W.*: Stabilitätsuntersuchungen mit einer neuen Klasse von Stabelementen - Knicken, Biegedrillknicken und Kippen, SOFiSTiK Seminar 2000
- [5] *Petersen, C.*: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen Spannbeton, Vieweg Verlag
- [6] *Pauli, W.*: Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilen aus Stahlbeton und Spannbeton, Dissertation Darmstadt 1990
- [7] *Wienecke, U. J.*: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonstäben nach einer konsequenten Theorie II. Ordnung unter allgemeiner Belastung, Dissertation D 17, Darmstadt 1985
- [8] Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1, Band 1: Hochbau, Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V. Ernst & Sohn
- [9] *König, G., Pauli, W.*: Nachweis der Kippstabilität von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton, Beton und Stahlbetonbau 87 (1992) Heft 5, Seiten 109-112, Heft 6, Seiten 149-151

Beispieldateien zum Kippen befinden sich in Ihrem SOFiSTiK Installationsverzeichnis im Ordner:

..\SOFiSTiK.23\ase.dat\deutsch\nonlinear_beam\

- aseaqb_3_kippen_stb_traglast.dat
- aseaqb_4_kippen_spannbetontraeger.dat