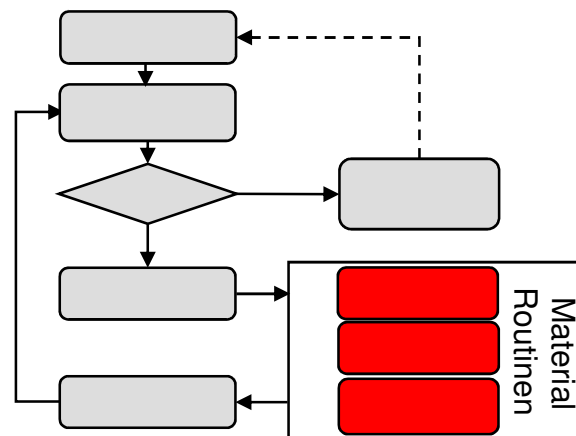


# Materialmodellierung

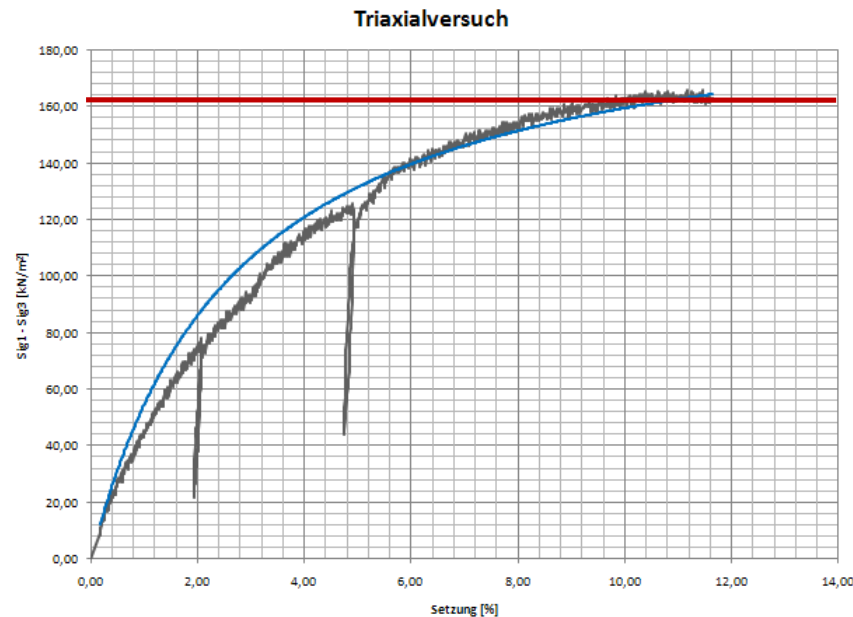


Dr.-Ing. Holger Heidkamp – SOFiSTiK AG

# Bodenmaterial – wichtige mechanische Eigenschaften

# Triaxialversuch

- Irreversible Verformungen schon für Beanspruchungen weit unterhalb der Scherfestigkeit
- Deutlich höhere Steifigkeit in Ent- und Wiederbelastung
- Annähernd hyperbolischer Spannungs-Dehnungsverlauf

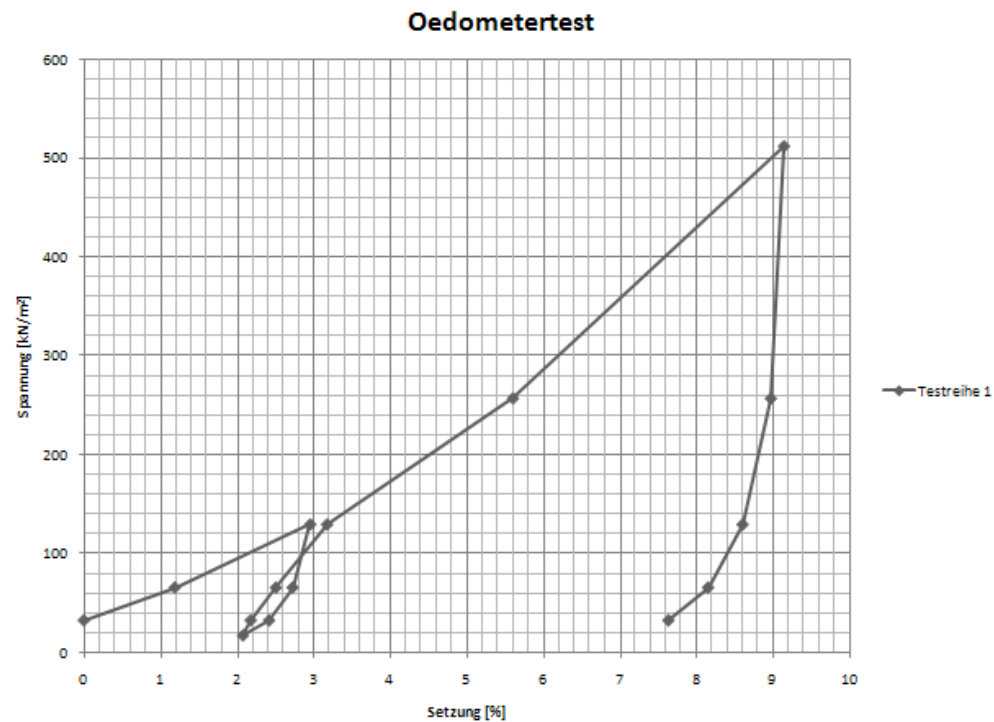
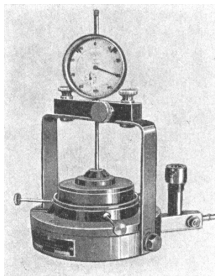


- Kondner-Hyperbel

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{-\varepsilon_3}{b - a \cdot \varepsilon_3}$$

# Oedometerversuch

- Belastungspfad unter Kompression
- Belastungsabhängige Steifigkeit
- Deutlich höhere Steifigkeit in Ent- und Wiederbelastung

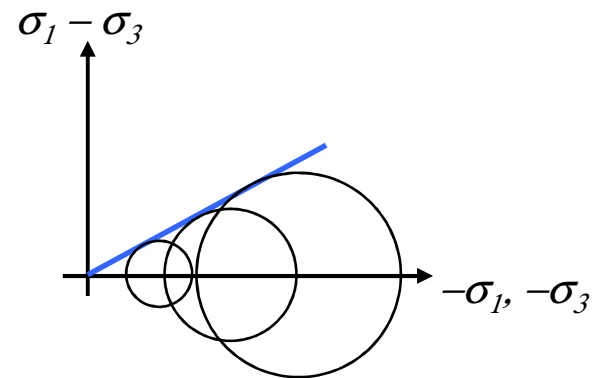


# Bodenmaterial: abgeleitete Eigenschaften

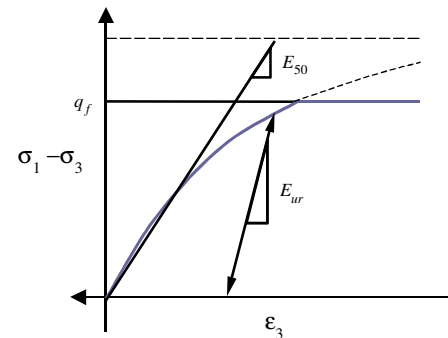
- Scherfestigkeit/ Bruchkriterium

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin(\varphi) - c \cdot \cos(\varphi) = 0$$

Mohr-Coulomb  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

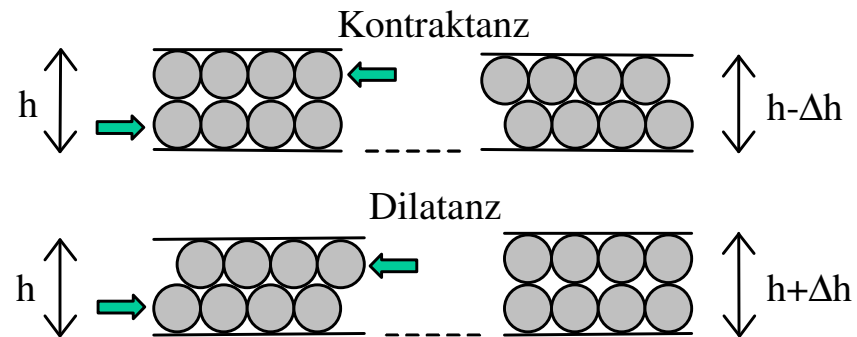


- Irreversible (plastische) Verformungen

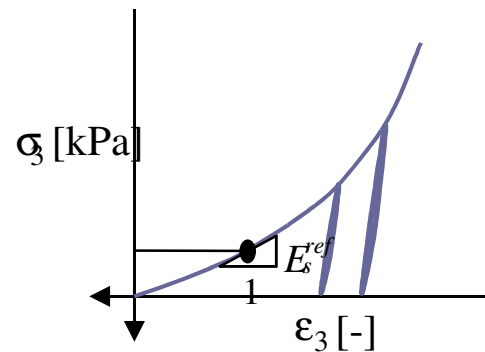


# Bodenmaterial: abgeleitete Eigenschaften

- Dilatanz / Kontraktanz



- Spannungs-/ dichteabhängige Steifigkeit

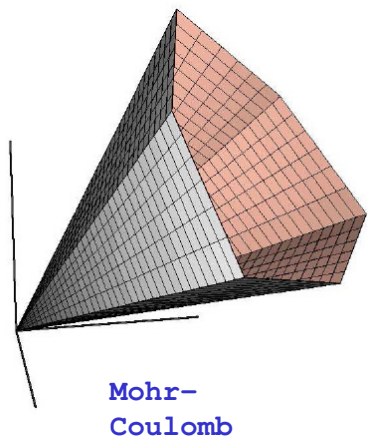


# Plastische Fließtheorie

# Yield condition

„Der Bereich elastischer Verformungen ist begrenzt“

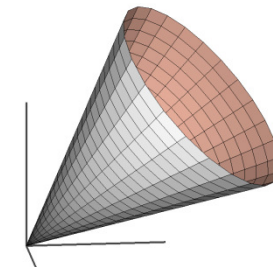
- Fließbedingung (yield condition)



$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin(\varphi) - c \cdot \cos(\varphi) = 0$$

Druck negativ und  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

Drucker-Prager





# Flow rule – Aufteilung des Dehnungstensors

„Die Richtung der plastischen Dehnungen wird durch das plastische Potenzial gesteuert“

- Fließregel (flow rule)
  - Plastisches Potenzial  $g$

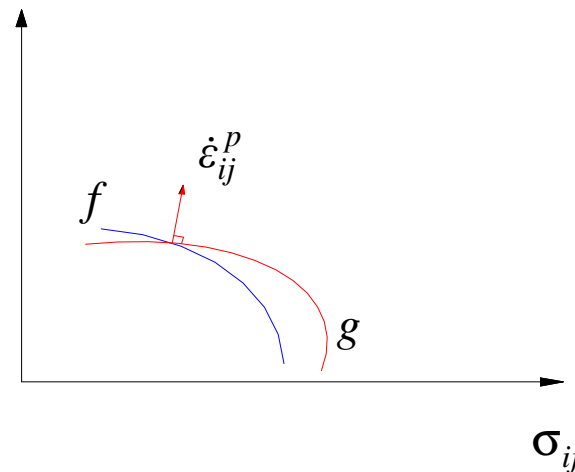
$$g = f \quad \Rightarrow \text{assoziiert}$$

$$g \neq f \quad \Rightarrow \text{nicht-assoziiert}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \lambda \mathbf{a}$$

- Split der Gesamtdehnungen

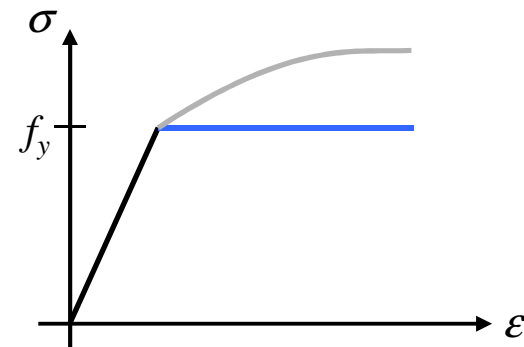
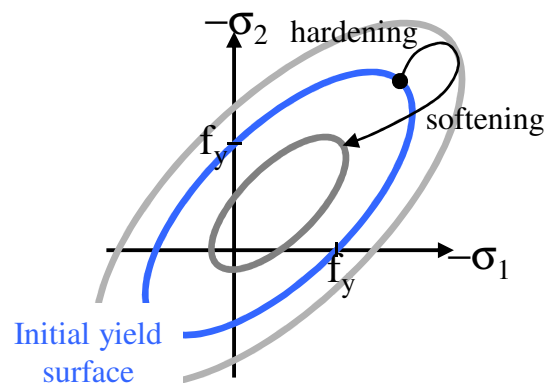
$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$$



# Hardening rule

*„Die Materialfestigkeit verändert sich mit der Entwicklung plastischer Dehnungen“*

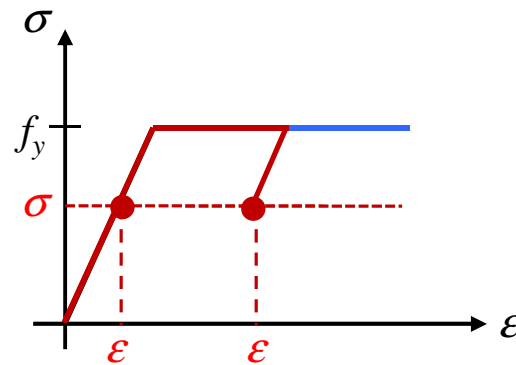
- Verfestigungsregel (hardening rule)
  - ideal plastisch = keine Verfestigung
  - Isotrope Verfestigung



# Konsequenzen

*„Die Material Reaktion erfolgt abhängig von der Lastgeschichte“*

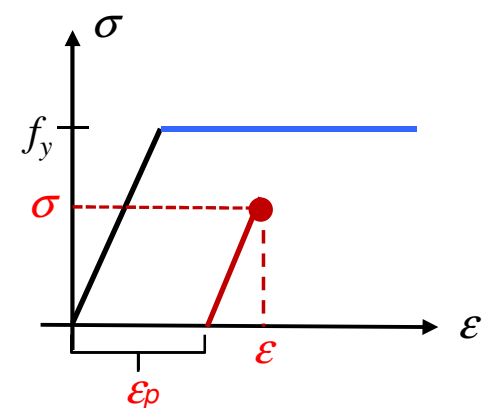
- Verlust der Eindeutigkeit zwischen Spannungs- und zugeordnetem Dehnungszustand



# Nichtlineare Zustandsvariable (Verfestigungsvariable)

„Das Material hat ein ‚Gedächtnis‘.“

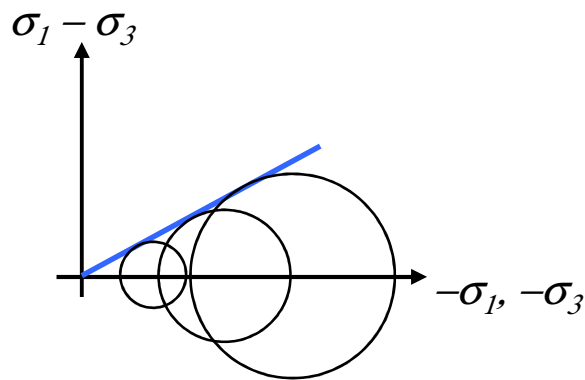
- Zustandsvariable (state variables) = ergänzende Größen zur vollständigen Beschreibung des Zustands eines Materialpunktes
- Beispielsweise effektive plastische Dehnungen (Skalare)
  - Deviatorische Verfestigungsvariable  $\dot{\epsilon}^{p,dev}$   
Maß für die plastische Scherbeanspruchung
  - Volumetrische Verfestigungsvariable  $\dot{\epsilon}^{p,v}$   
Maß für die plastische Volumenänderung
- Isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_c$   
(Kappenmodell)



# SOFiSTiK Stoffmodelle

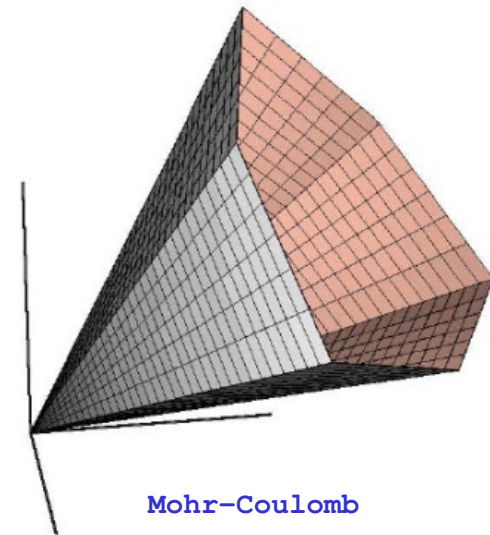
# Mohr-Coulomb/ Drucker-Prager (MOHR / DRUC)

- Scherfestigkeitsgrenze nach Mohr-Coulomb (Fließbedingung)



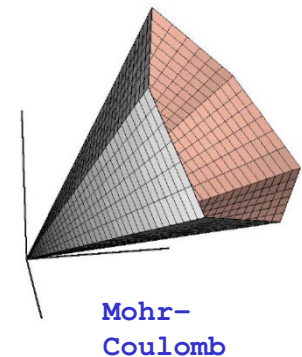
$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin(\varphi) - c \cdot \cos(\varphi) = 0$$

Druck negativ und  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

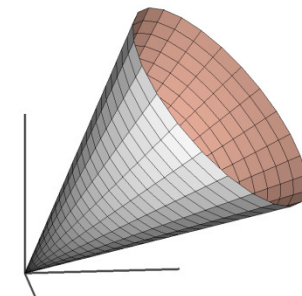


# Mohr-Coulomb/ Drucker-Prager (MOHR / DRUC)

- Elastisch bis zum Erreichen der Scherfestigkeit mit konstanter Steifigkeit  
⇒  $E_{ur}$ ,  $\nu$
- Danach idealplastisches Materialverhalten – keine Verfestigung  
⇒  $c$ ,  $\varphi$
- Dilatanz / Kontraktanz über nicht-assoziatives plastisches Potenzial  
⇒  $\psi$
- Optional viskoplastische Erweiterung → Kriecheffekte



Drucker-Prager

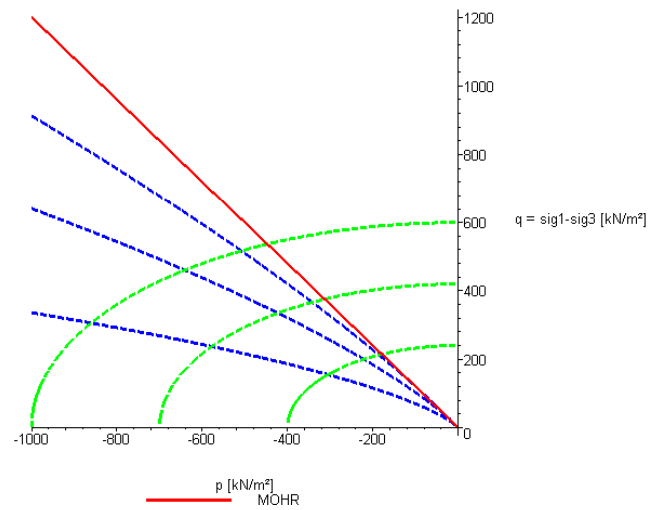


# Beispiel

⇒ Mohr-Coulomb (MOHR)



# Hardening Plasticity Soil (GRAN)



# Triaxialbeanspruchung (GRAN)

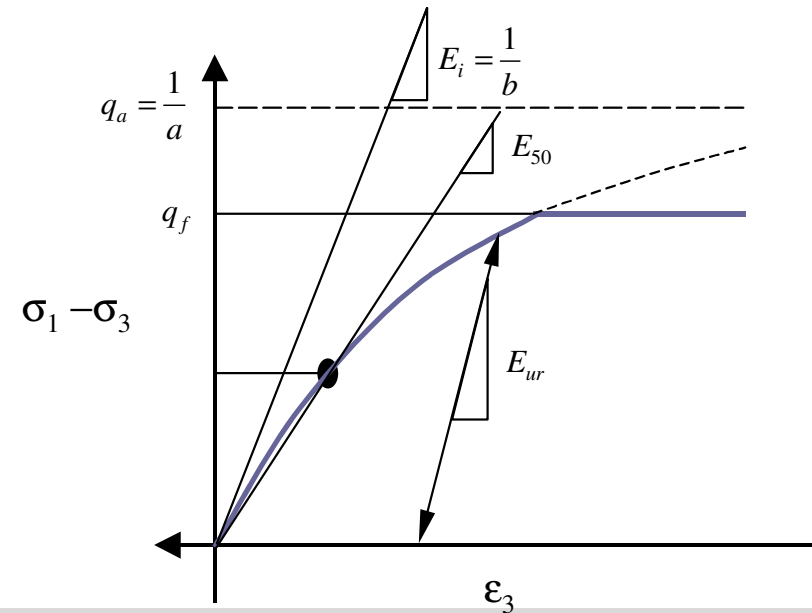
- Transfer der hyperbolischen Beziehung nach Kondner in elasto-plastischen Kontext durch deviatorische Verfestigungs-Formulierung  
 $\Rightarrow E_{50,ref}, R_f$

- Grenzbedingung nach Mohr-Coulomb  
 $\Rightarrow c, \varphi$

- Dilatanz / Kontraktanz  
 $\Rightarrow \psi$

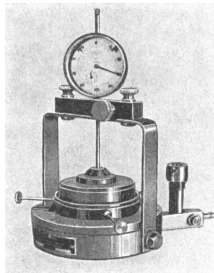
- Spannungsabhängige Steifigkeits-Formulierung

$$\Rightarrow m, \sigma_{ref} \quad E_{50} = E_{50}^{ref} \cdot \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{ref}} \right)^m$$

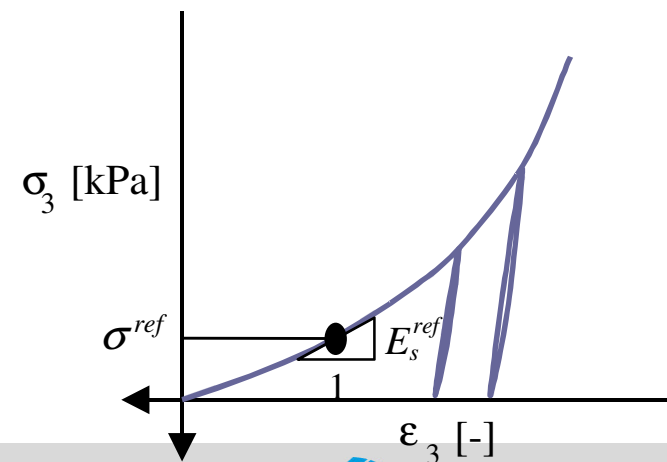


# Kompressive Belastung (GRAN)

- Erweiterung des Modells durch zusätzliche Kappenfläche (2 Parameter)  
⇒  $E_{s,ref}$ ,  $k_0$
- Automatische Kalibrierung der Kappenparameter, so dass
  1. realistische Modellierung des kontraktanten Verhaltens und der Erstbelastungs-Steifigkeit unter oedometrischer Beanspruchung
  2. realistisches Spannungsverhältnis  $k_0 = \sigma_{lateral} / \sigma_{axial}$ , z.B. nach Jaky  $k_0 = 1 - \sin \varphi$

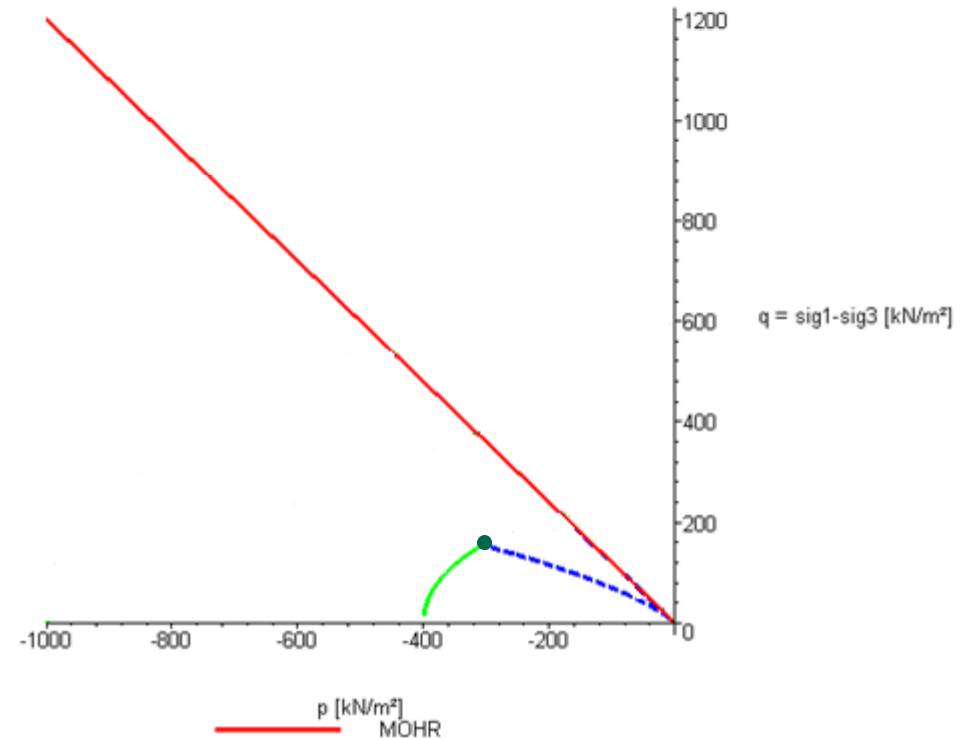
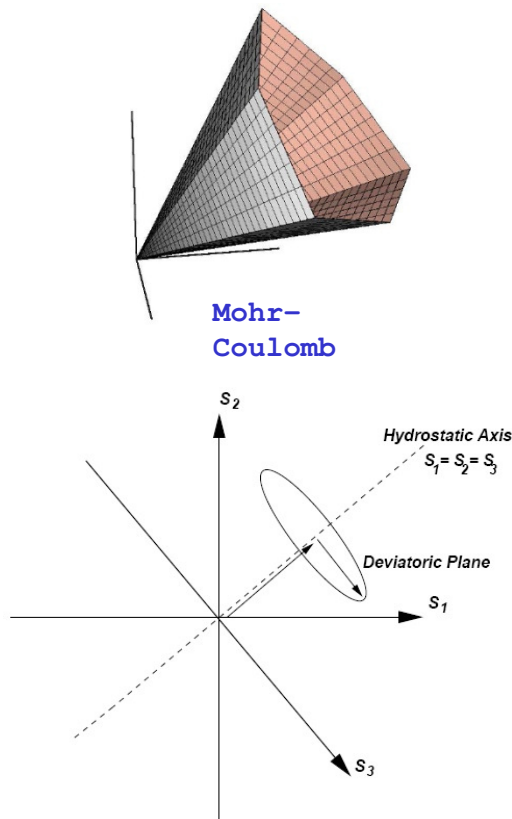


$$E_s = E_s^{ref} \cdot \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_{ref}} \right)^m$$



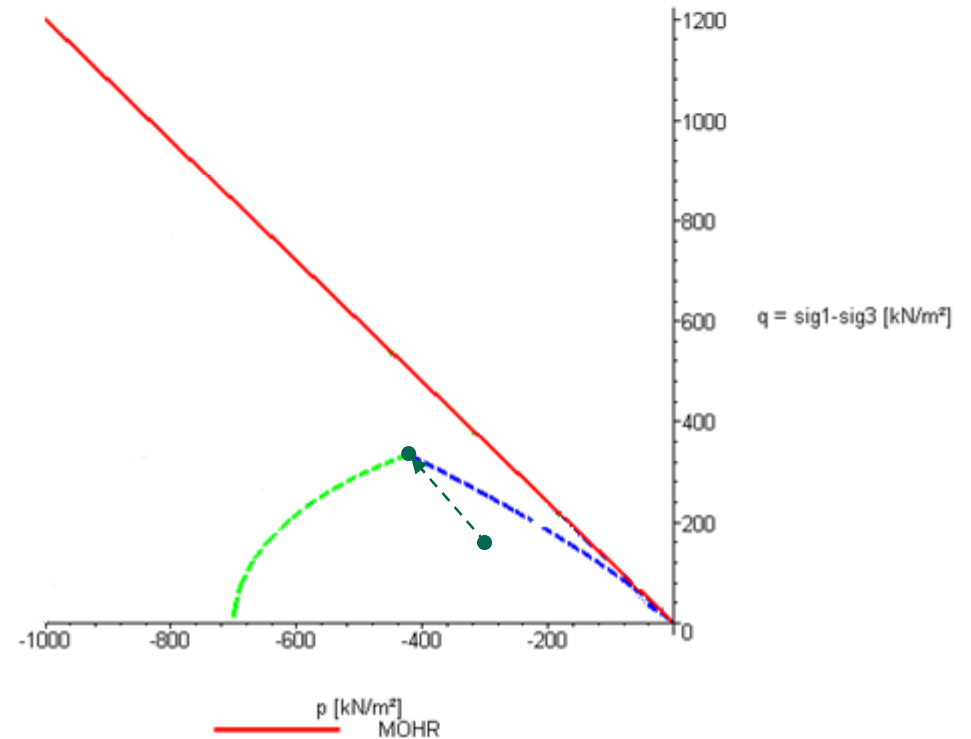
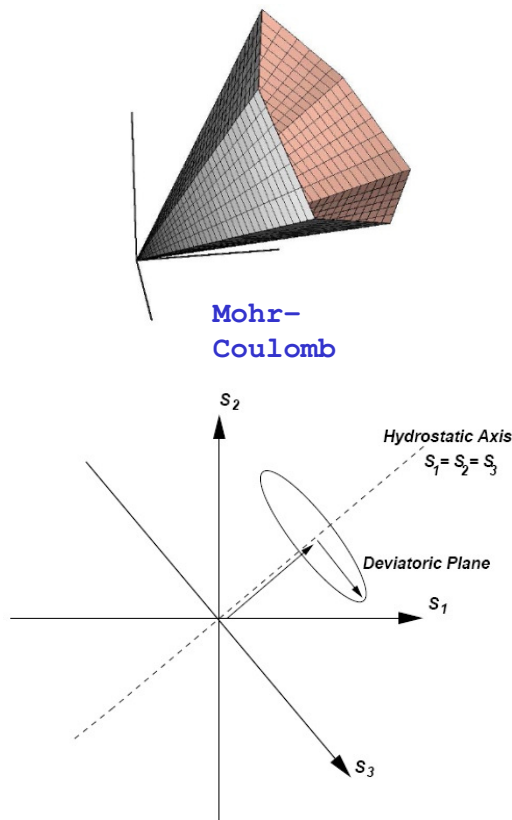
# Verfestigung (GRAN)

- Verfestigung des 2 Flächen-Modells am Meridianschnitt  $s_1 = \sigma_2$  (→ double hardening)



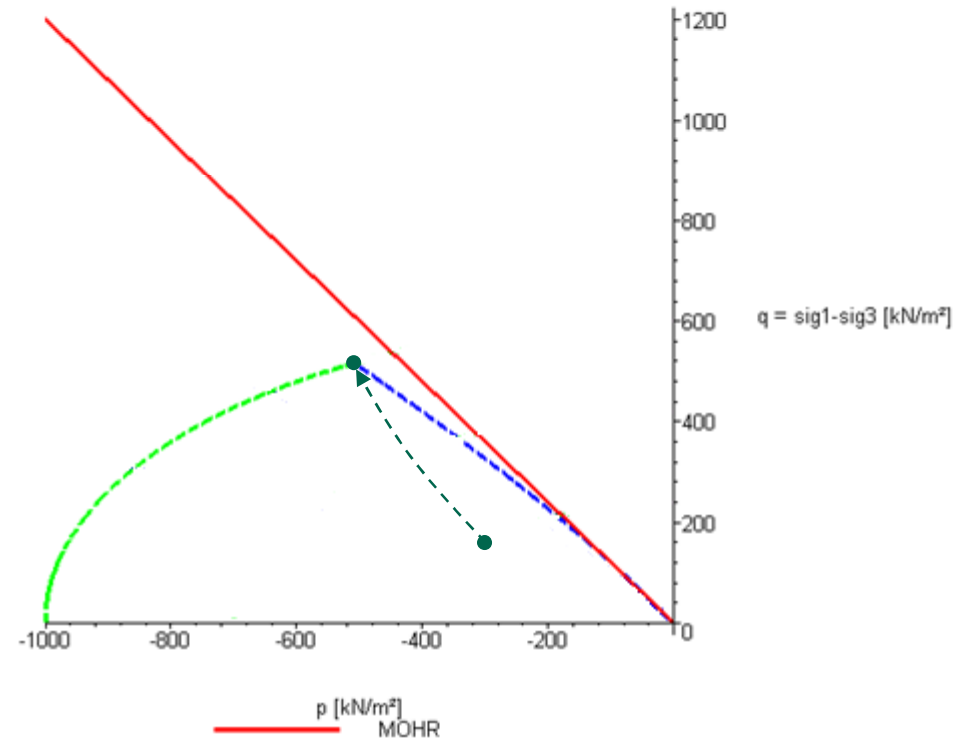
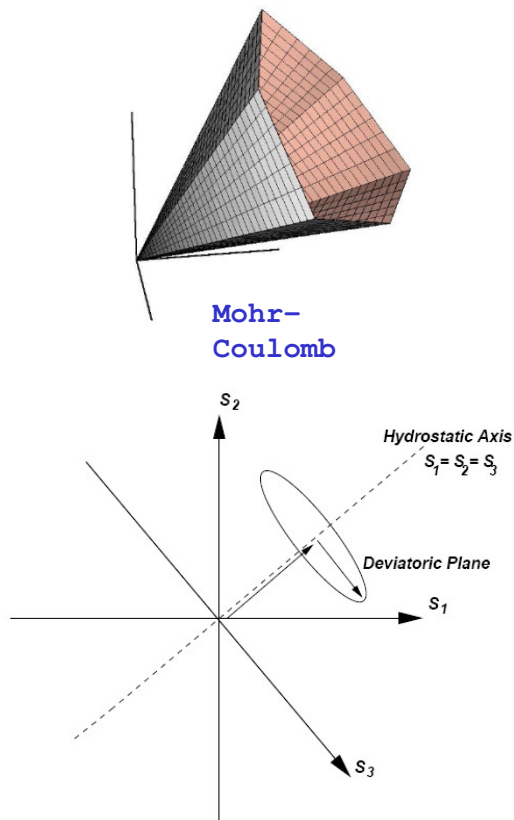
# Verfestigung (GRAN)

- Verfestigung des 2 Flächen-Modells am Meridianschnitt  $s_1 = \sigma_2$  (→ double hardening)



# Verfestigung (GRAN)

- Verfestigung des 2 Flächen-Modells am Meridianschnitt  $s_1 = \sigma_2$  (→ double hardening)



# Plastisches volumetrisches Verformungsverhalten bei Scherbeanspruchung (GRAN)

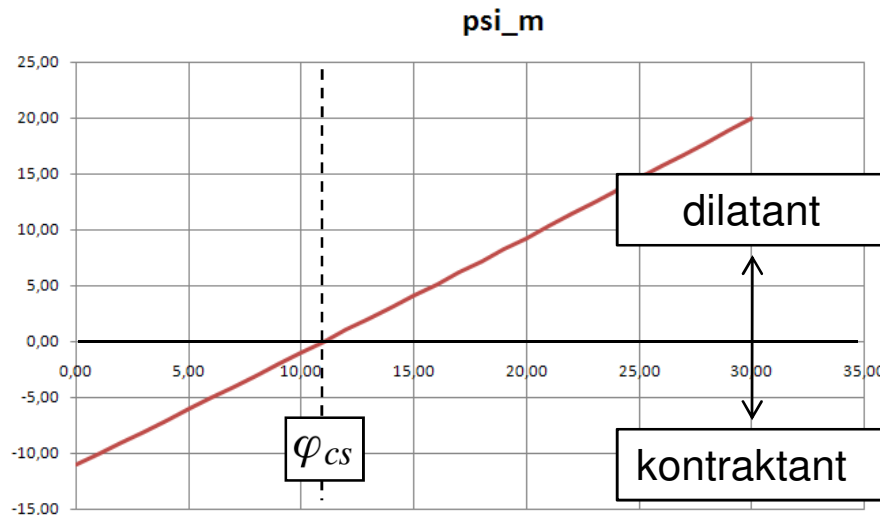
- Dilatanztheorie (Rowe 1962)

Der Dilatanzwinkel verändert sich in Abhängigkeit vom mobilisierten Reibungswinkel -> mobilisierter Dilatanzwinkel

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cs}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cs}}$$

$$\sin \varphi_m = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2c \cot \varphi - \sigma'_1 - \sigma'_3}$$

(Maß für die Scherbeanspruchung)



# Beispiel

⇒ Hardening Plasticity Soil (GRAN)